

## ORGANISATION D'UNE PROGRESSION DE SITUATIONS POUR ENRICHIR LE SENS DU NOMBRE : ANALOGIE DES ENTIERS ET DES LONGUEURS DE SEGMENTS

### Objectifs de formation:

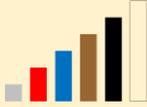
- Clarifier la construction du milieu d'apprentissage en mathématiques pour les élèves ;
- Proposer un protocole pour concevoir et animer des situations didactiques ;
- Proposer des tâches, des consignes et des contraintes : jouer avec les variables ;
- Se doter de critères pour observer et interpréter : posture d'observateur ;
- Proposer des formulations de textes de savoir pour les élèves de l'école maternelle : posture de professeur ;
- Ouvrir un espace de réflexion sur la conception et la mise en œuvre de situation d'expérimentation pour les élèves.

### Vue synthétique des grandes étapes : catégories pour décrire et expliciter la progression

<b>Chronologie des grandes étapes</b>	<p><b>Tâche confiée aux élèves :</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li><input type="checkbox"/> Que visent-ils ? (but et critères)</li> <li><input type="checkbox"/> Comment pourraient-ils y parvenir ?</li> </ul>	<p><b>Ce qui est visé pour les élèves</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Savoir-faire et verbalisations</li> <li>• Capacité / procédures</li> <li>• Prise de conscience</li> </ul>	<p><b>Intentionnalité de l'enseignant :</b></p> <p>Quel(s) sens y a-t-il derrière ses actions et ses décisions ? Que dit-il ? Comment ?</p>	<p><b>Dispositif pédagogique et activité des élèves :</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>○ modalités d'interactions élève – élève, élève – matériel, élèves – enseignants</li> <li>○ Milieu matériel, actions, manipulations et connaissances engagées</li> </ul>	<p><b>Lexique et structures syntaxiques</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- désigner des objets et les décrire</li> <li>- nommer une relation</li> <li>- comparer</li> <li>- raisonner et prédire</li> <li>- varier les registres de représentation</li> <li>- exemples de verbalisations attendues</li> </ul>	<p><b>Savoir construit et institutionnalisé</b></p> <p>⇒ Ce qui est dit ⇒ Ce qui est écrit ⇒ Ce dont on se sert parce que c'est utile (outil)</p>
	<p>Identification des procédures de résolution a priori</p>	<p>Projet didactique : enseigner pour enrichir le sens du nombre</p>	<p>Préoccupations de l'enseignant, gestes d'étayage et didactique</p>	<p>Interactions langagières et construction collective des réponses : négociation du sens des situations</p>	<p>Le langage et les verbalisations : en amont, pendant et en aval de la situation d'action</p>	<p>Action conjointe en vue de l'élaboration d'un texte du savoir dépersonnalisé et décontextualisé.</p>

Tâche confiée aux élèves	Ce qui est visé pour les élèves	Intentionnalité de l'enseignant	Dispositif pédagogique et activité des élèves	Lexique et structures syntaxiques	Savoir construit et institutionnalisé	
<p style="writing-mode: vertical-rl; transform: rotate(180deg);">Situation 1</p>	<p><b>Recouvrir une piste avec des réglettes au choix.</b></p> <p>Perception globale et essais-erreurs.</p>	<p>S'approprier les contraintes et les règles du jeu : savoir recouvrir, savoir dire que c'est recouvert (ou manifester sa compréhension), comprendre les critères de réalisation et de réussite.</p>	<p>Expliciter les attendus de réalisation et les critères de réussite : on ne voit plus la piste, aucune réglette ne dépasse.            Nommer les réglettes, formuler les résultats des essais de superpositions.            Prendre des informations sur ce qui se passe pour les élèves : quel rapport entretiennent-ils avec ce matériel ?            → USAGE DIDACTIQUE DES REGLETTES</p>	<p>Les élèves ont à leur disposition des réglettes et des pistes. Ils font des essais pour recouvrir une piste avec les réglettes de leur choix.            Lorsque la piste est recouverte, on dit que le pirate atteint le trésor. Dans ce cas, on dit que les réglettes recouvrent la piste, que c'est gagné !</p>	<p><u>Les objets</u> : réglettes et pistes</p> <p><u>Les couleurs</u></p> <p><u>Verbes d'action</u> :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Dépasser</li> <li>Atteindre</li> <li>Recouvrir</li> <li>Utiliser</li> <li>Choisir</li> <li>Juxtaposer</li> <li>Superposer</li> </ul>	<p>Une piste est toujours recouvrable par une collection de réglettes appropriées. Parfois, il faut un peu chercher, on croit pouvoir placer une réglette et ce n'est pas la bonne...  <u>Recouvrir</u> : toutes les réglettes bout à bout cachent complètement la piste mais ne dépassent pas. On ne voit plus la piste, aucune réglette ne dépasse.</p>

	Tâche confiée aux élèves	Ce qui est visé pour les élèves	Intentionnalité de l'enseignant	Dispositif pédagogique et activité des élèves	Lexique et structures syntaxiques	Savoir construit et institutionnalisé
Situation 2	<p><b>Choisir une piste pour la recouvrir avec des réglettes imposées.</b></p> <p>Perception globale, partition de la piste et comparaison des longueurs.</p> <p>Anticipation et expérience. (Intention → test → retour d'information)</p>	<p>Considérer les propriétés des réglettes ainsi que celles de la piste pour anticiper sur le résultat d'un test de recouvrement. Se donner des critères de choix en observant sa collection de réglettes et en décomposant la piste pour voir des « morceaux » analogues aux réglettes.</p>	<p>Orienter l'attention des élèves sur l'observation des variables de la situation : TOUTES les réglettes de la collection ; la piste ESTIMÉE ; les segments qui COMPOSENT la piste.</p> <p>Faire expliciter les critères de choix, inciter, proposer, reformuler pour faire mobiliser les variables.</p>	<p>Les élèves ont une collection de réglette qui permet de recouvrir au moins deux pistes parmi une grande variété présentée (env. 20).</p> <p>Certaines pistes ont une longueur très supérieure, ou très inférieure. Les élèves sont incités à ne pas essayer systématiquement. Ils doivent renoncer à un essai s'ils pensent que ça ne marchera pas ; l'enseignant demande les raisons.</p> <p>Pour d'autres, c'est la longueur de segments de la ligne brisée qui contraint le recouvrement.</p>	<p><u>Structure comparative</u> « plus ... que... » « assez / pas assez » « moins que ... » « la même que... »</p> <p><u>Verbes d'action :</u> Comparer Composer / décomposer Estimer Distinguer</p>	<p>Il y a des pistes avec des grands morceaux ; on peut recouvrir ces pistes avec des grandes réglettes.</p> <p>Parfois, les grandes réglettes dépassent, on ne peut pas les poser.</p> <p>C'est que la piste ne convient pas. On ne peut pas la recouvrir avec les réglettes de la collection.</p> <p>En observant bien les pistes, on peut déjà avoir une idée, pouvoir dire si ça va marcher ou pas.</p> <p>Après, quand on a déjà pensé notre idée, on peut vérifier en essayant.</p>

	Tâche confiée aux élèves	Ce qui est visé pour les élèves	Intentionnalité de l'enseignant	Dispositif pédagogique et activité des élèves	Lexique et structures syntaxiques	Savoir construit et institutionnalisé
Situation 3	<p><b>Estimer et comparer des longueurs : associer une réglette à son empreinte.</b></p> <p>Exploration des différences de longueurs entre les réglettes.</p> <p>Identification de toutes les réglettes de la collection.</p> <p>Perception puis comparaison directe : affiner la précision de l'estimation.</p>	<p>Distinguer les réglettes les unes des autres.</p> <p>Associer une réglette à sa longueur estimée.</p> <p>Ordonner les réglettes selon le critère de leur longueur.</p> <p>Repérer une réglette grâce à son rang dans la collection ordonnée de réglettes.</p>	<p>Questionner à propos de la longueur (caractérisation des réglettes). Longue ? Plus longue ? La plus longue ? (et inversement avec « moins »)</p> <p>La relation d'ordre pour organiser les réglettes de la collection. En rangeant les réglettes on donne de l'importance à la position relative des réglettes, c'est-à-dire à sa place par rapport aux autres.</p> <p>Les ordinaux (i<sup>ème</sup>) pour désigner une réglette en particulier.</p> <p>La 6<sup>ème</sup> réglette est longue comme six fois la plus petite (la réglette unité).</p> <p>Le 6<sup>ème</sup> nombre entier non nul est 6 ; il se lit « six ».</p>	<p>Mes réglettes ont perdu leur couleur : seules des empreintes subsistent...</p> <p>Quelle est la réglette qui correspond à chaque empreinte, c'est-à-dire la recouvre exactement.</p> <p>Une empreinte correspond à une longueur de réglette ; une réglette par empreinte et une seule.</p> <p>Les empreintes sont d'abord désordonnées puis rangées en ordre : bien ordonnées.</p> <p>Repérage de la position, du rang dans la collection de réglettes : les empreintes de réglettes sont rangées, une empreinte de réglette est désignée, l'élève l'associe à une réglette de sa collection.</p> <p>La contrainte de précision et de proximité entre les longueurs des réglettes successives va petit à petit amener les élèves à considérer l'unité, c'est-à-dire la plus petite réglette.</p>	<p><u>Structure superlative</u> « la plus ... »</p> <p><u>qualificatifs</u> : petite → courte grande → longue</p> <p><u>Ordinaux</u> « La 2<sup>ème</sup> plus ... »</p> <p><u>Verbes d'action</u> : Distinguer Catégoriser Ranger Ordonner Repérer Associer</p>	<p><u>D'abord en acte</u> : la structure d'ordre croissant dans la collection des réglettes.</p> <p><u>Formulation</u> : pour savoir quelle est la réglette qui recouvre une empreinte on regarde d'abord si elle est courte ou longue, puis on estime sa longueur par rapport à celles des autres réglettes.</p> <p>Quelques enfants découvrent (comprennent) à ce moment que la juxtaposition de la plus petite permet d'obtenir la réglette « juste » plus longue, celle qui suit. Pour les autres, c'est la suite des situations qui devrait le permettre.</p> <p>On peut introduire comme référence :</p> 

	Tâche confiée aux élèves	Ce qui est visé pour les élèves	Intentionnalité de l'enseignant	Dispositif pédagogique et activité des élèves	Lexique et structures syntaxiques	Savoir construit et institutionnalisé
Situation 4	<p><b>Comparer une ligne droite avec une ligne brisée, ou deux lignes brisées entre elles</b></p> <p>Aligner les réglettes juxtaposées pour construire une piste droite à partir de n'importe quelle piste brisée</p>	<p>Comparer deux collections de réglettes en alignant toutes les réglettes et en comparant les longueurs des pistes droites. Comprendre qu'une piste brisée est comparable avec une piste droite ; il faut la redresser... c'est-à-dire aligner toutes les réglettes de chaque collection et les mettre côte à côte pour les comparer directement.</p>	<p>La conservation des longueurs : c'est toujours aussi long si c'est toujours les mêmes réglettes.</p> <p>La ligne brisée se redresse comme une ligne droite lorsqu'on aligne les réglettes.</p> <p>Quand on va les aligner toutes, pour redresser la piste, comment ça va être long ?</p>	<p>Mon pirate est fatigué ! Il veut choisir la piste la plus courte.</p> <p>Plusieurs pistes sont présentées. Les élèves peuvent recouvrir la piste avec des réglettes imposées.</p> <p>Chaque élève recouvre une piste celle qu'il estime être la plus courte (ou la moins longue). Deux élèves peuvent comparer leurs pistes en comparant leurs collections des réglettes. La comparaison se fait d'abord de manière directe.</p> <p>Ensuite, on demande aux élèves de rester à distance pour comparer leurs pistes, sans se déplacer ni déplacer ses réglettes vers l'autre...</p> <p>Enfin, la perception est empêchée.</p> <p>On demande aux élèves de comparer leurs pistes sans se les montrer, en énumérant les réglettes qui les recouvrent respectivement.</p>	<p><u>Structure comparative :</u> « aussi longue que ... » « plus longue que ... » « plus courte que ... »</p> <p><u>Transitivité + possessivité :</u> « L'alignement de ma collection de réglettes est plus long que celui de la tienne. » « Le tien est égal à la longueur de ta piste ; le mien à la longueur de la mienne. »</p> <p>« Donc, ma piste est plus longue que la tienne. »</p> <p><u>Verbes d'action :</u> Aligner Mettre côte à côte Mettre de côté Comparer Décomposer Décider Planifier</p>	<p><u>Procédures :</u></p> <p>Pour comparer deux pistes qui ne commencent pas au même endroit, qui n'ont pas la même forme de ligne, qui ne se ressemblent pas mais dont les longueurs ont l'air d'être assez proches, alors, on peut aligner les réglettes juxtaposées pour comparer directement lignes de réglettes.</p> <p><i>(Comparaison directe)</i></p> <p><i>Si je peux mettre la même réglette qu'un autre sur la piste, tant que je peux le faire, nos pistes sont égales. On essaye de mettre les mêmes réglettes tant que c'est possible. En procédant comme ça on peut distinguer deux pistes à l'unité près.</i></p> <p>Parfois, on peut identifier des réglettes communes à deux collections ; inutile de les juxtaposées. On n'en tient pas compte pour chercher la différence.</p> <p><i>(Compensation)</i></p>

	Tâche confiée aux élèves	Ce qui est visé pour les élèves	Intentionnalité de l'enseignant	Dispositif pédagogique et activité des élèves	Lexique et structures syntaxiques	Savoir construit et institutionnalisé
Situation 5	<p><b>Echanger pour recouvrir une piste de même longueur que sa collection ; situation de tâtonnement puis de commande, à l'oral, puis à l'écrit</b></p> <p>Céder des réglettes contre d'autres ; l'alignement des premières égale celui des secondes.</p> <p>Prise compte du critère exclusif de la longueur : juxtaposer, superposer, comparer et égaliser.</p> <p>La relation d'équivalence porte sur les longueurs.</p>	<p>Substitution d'une réglette par d'autres : principe de décomposition / recomposition (ou de plusieurs réglettes par une seule...)</p> <p>Anticiper les réglettes obtenues en échange d'une réglette, dans le but de pouvoir recouvrir la piste.</p> <p>Commander des réglettes à l'oral, en désignant les réglettes par leur couleur et en les quantifiant.</p> <p>Commander des réglettes à l'écrit, en inscrivant un nombre de réglettes par type, dans un tableau.</p>	<p>La substitution ne change pas la longueur totale de réglettes si l'échange est fait en respectant l'égalité des longueurs des collections juxtaposées comme sur une piste.</p> <p>S'assurer que le principe d'échange équivalent est respecté et conscientisé. Les réglettes s'échangent selon cette règle.</p> <p>Faire prendre conscience aux élèves de quelques relations entre les réglettes, les aider à les utiliser.</p> <p>Représenter quelques relations de longueurs égales (équivalentes) sous forme géométrique (rectangle allongé).</p>	<p>On reprend les collections et les pistes de la situation 2. On exclut les pistes a priori trop longues ou trop courtes en négociant avec les élèves.</p> <p>C'est un moyen d'entrée à nouveau dans la comparaison de ces pistes et de faire mobiliser les raisonnements et les perceptions. Un temps d'évaluation formative avant de découvrir la possibilité de faire des échanges, les pistes sont toutes de même longueur mais quelquefois, les réglettes ne peuvent pas être posées, elles dépassent (rappel de S2). Vous avez le droit d'échanger les réglettes : qu'est-ce qui ne doit pas changer ?</p> <p>L'enseignant est marchand de réglettes, appui sur l'oral et la désignation par les couleurs.</p> <p>Les élèves réalisent un bon de commande.</p>	<p><u>Structure comparative :</u> « aussi longue que ... » « égale à ... »</p> <p><u>Egalité :</u> « La réglette [...] est longue comme la [...] et la [...] » Par exemple : « La bleue et la rouge sont longues comme la grise et la marron »</p> <p><u>Verbes d'action :</u> Mettre côte à côte Comparer Décomposer Echanger Remplacer Convertir Commander Ecrire</p>	<p>Deux réglettes peuvent s'échanger contre une plus grande, les deux juxtaposées égalent la troisième. On dit que les longueurs sont égales.</p> <p>Deux réglettes peuvent s'échanger contre deux autres qui, juxtaposées, égalent les deux premières.</p> <p>On peut déjà représenter les relations sous forme géométrique :</p> 